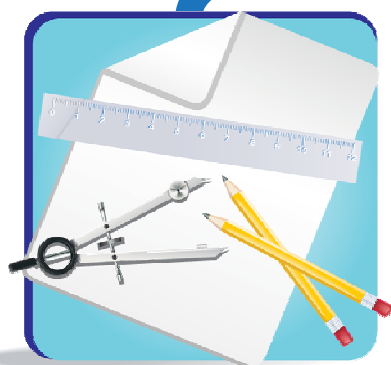


حسابان

● فصل ۳

مثلثات



حسابان

فصل ۳: مثلثات

۱- مقدار عددی $\frac{\sin 65^\circ}{\cos 20^\circ + \cos 70^\circ}$ کدام است؟

- (۱) $\sqrt{3}$ (۲) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (۳) $\sqrt{2}$ (۴) $\frac{\sqrt{2}}{2}$

۲- مقدار عبارت $\frac{\sin 50^\circ - \sin 10^\circ}{\cos 10^\circ - \cos 50^\circ}$ کدام است؟

- (۱) $-\frac{\sqrt{3}}{3}$ (۲) $\frac{\sqrt{3}}{3}$ (۳) $\sqrt{3}$ (۴) $-\sqrt{3}$

۳- اگر α زاویه‌ای در ربع سوم دایره‌ی مثلثاتی باشد و داشته باشیم $\sin \alpha = -\frac{3}{5}$ مقدار $\tan \frac{\alpha}{2}$ کدام است؟

- (۱) $-\frac{1}{3}$ (۲) -3 (۳) $-\frac{2}{3}$ (۴) $-\frac{3}{2}$

۴- اگر $\frac{1}{3} = \sin x + \cos x$ ، حاصل $\tan x + \cot x$ کدام است؟

- (۱) $\frac{9}{8}$ (۲) $-\frac{9}{8}$ (۳) $\frac{9}{4}$ (۴) $-\frac{9}{4}$

۵- مقدار $\cos^2 x - \cos^2 3x$ به ازای $x = \frac{\pi}{12}$ چقدر است؟

- (۱) $\frac{\sqrt{3}}{4}$ (۲) $-\frac{\sqrt{3}}{4}$ (۳) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (۴) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$

۶- حاصل $2\sin(\frac{\pi}{4} + x)\sin(\frac{\pi}{4} - x)$ به ازای $x = \frac{\pi}{8}$ کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{2}$ (۲) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (۳) ۱ (۴) صفر

۷- حاصل عبارت $\cos^2 80^\circ + \cos^2 40^\circ + \cos^2 20^\circ$ برابر کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{2}$ (۲) $\frac{3}{4}$ (۳) $\cos 10^\circ$ (۴) $\sin 70^\circ$

۸- اگر $\tan x + \cot x = 5$ باشد، حاصل $\cos 4x$ چقدر است؟

- (۱) $\frac{1}{25}$ (۲) $\frac{8}{25}$ (۳) $\frac{17}{25}$ (۴) $\frac{21}{25}$

۹- با فرض $\frac{\pi}{6} < \alpha < \frac{\pi}{4}$ و $\tan 2\alpha = \frac{\sqrt{3}}{m-2}$ حدود تغییرات m کدام است؟

- (۱) $m < 3$ (۲) $m < 2$ (۳) $2 < m < 3$ (۴) $-2 < m < 3$

۱۰- اگر $\frac{3}{5} = \sin^2 x + \cos^2 x$ ، حاصل $\cos 4x$ چقدر است؟

- (۱) $\frac{2}{5}$ (۲) $-\frac{2}{5}$ (۳) $\frac{3}{5}$ (۴) $-\frac{3}{5}$

۱۱- حاصل عبارت $\sin^3 x \cos x - \sin x \cos^3 x$ به ازای $x = 75^\circ$ چقدر است؟

- (۱) $\frac{1}{4}$ (۲) $-\frac{1}{4}$ (۳) $\frac{1}{8}$ (۴) $-\frac{1}{8}$

۱۲- عبارت $\frac{1}{\sin 40^\circ} - \frac{\sqrt{3}}{\cos 40^\circ}$ برابر است با:

- (۱) $-4 \tan 10^\circ$ (۲) $4 \tan 10^\circ$ (۳) $-4 \cot 10^\circ$ (۴) $4 \cot 10^\circ$

۱۳- اگر $\tan \alpha = 2$ و $\tan \beta = 3$ حاصل $\tan(\alpha - 2\beta)$ کدام است؟

- (۱) $\frac{11}{4}$ (۲) $-\frac{11}{4}$ (۳) $\frac{11}{2}$ (۴) $-\frac{11}{2}$

۱۴- ساده شده‌ی عبارت $\cos 10^\circ \cos 20^\circ \cos 40^\circ$ چقدر است؟

- (۱) $\frac{1}{8} \tan 10^\circ$ (۲) $\frac{1}{4} \tan 10^\circ$ (۳) $\frac{1}{8} \cot 10^\circ$ (۴) $\frac{1}{4} \cot 10^\circ$

۱۵- مقدار عددی $\sin 20^\circ + \sin 40^\circ - \sin 80^\circ$ چقدر است؟

- (۱) ۱ (۲) صفر (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) $-\frac{1}{2}$

۱۶- اگر $\tan(x+10^\circ) = \frac{1}{5}$ ، حاصل $\cot(70^\circ - 2x)$ کدام است؟

- (۱) $\frac{12}{5}$ (۲) $\frac{5}{12}$ (۳) $\frac{12}{7}$ (۴) $\frac{7}{12}$

۱۷- حاصل $\frac{1 + \sin 4x}{\cos 4x}$ برابر کدام گزینه است؟

- (۱) $\tan(\frac{\pi}{4} - 2x)$ (۲) $\tan(\frac{\pi}{4} + 2x)$ (۳) $\tan(\frac{\pi}{4} - 4x)$ (۴) $\tan(\frac{\pi}{4} + 4x)$

۱۸- اگر $\frac{2\cos x}{\sin x + 2\cos x} = 3$ مقدار $\cot 2x$ چقدر است؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) $\frac{1}{3}$ (۴) $-\frac{1}{3}$

۱۹- اگر $m = \tan 22^\circ / 5^\circ$ باشد حاصل عبارت $\frac{\cos 112^\circ / 5^\circ + \cos 20^\circ / 5^\circ}{\cos 337^\circ / 5^\circ - \cos 67^\circ / 5^\circ}$ کدام است؟

- (۱) $\frac{m-1}{m+1}$ (۲) $\frac{m+1}{m-1}$ (۳) $\frac{m+1}{1-m}$ (۴) $\frac{1-m}{m+1}$

۲۰- حاصل عبارت $(\tan 10^\circ + \cot 20^\circ)(\sin 80^\circ - \sin 20^\circ)$ کدام است؟

- (۱) $-\sqrt{3}$ (۲) ۱ (۳) $2\cos 20^\circ$ (۴) $\sin 80^\circ$

۲۱- معادله‌ی $\sin x + \cos x = 1$ در بازه‌ی $[0, 2\pi]$ چند جواب دارد؟

- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۵

۲۲- مجموع ریشه‌های معادله‌ی $\cot x - \tan x = \frac{2\sqrt{3}}{3}$ در بازه‌ی $[0, 2\pi]$ کدام است؟

- (۱) $\frac{11\pi}{3}$ (۲) $\frac{11\pi}{9}$ (۳) $\frac{7\pi}{3}$ (۴) $\frac{7\pi}{9}$

۲۳- جواب‌های کلی معادله‌ی $\tan 2x \tan \frac{x}{3} = -1$ کدام است؟

- (۱) $\frac{2k\pi}{5} + \frac{2\pi}{5}$ (۲) $\frac{2k\pi}{5} + \frac{2\pi}{10}$ (۳) $\frac{2k\pi}{5} + \frac{2\pi}{5}$ (۴) $\frac{2k\pi}{5} + \frac{2\pi}{5}$

۲۴- معادله‌ی $\cos x + \cos \frac{2x}{3} + \cos \frac{x}{3} = 0$ در بازه‌ی $[0, 2\pi]$ چند جواب دارد؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۲۵- معادله‌ی $\sin^2 2x = \cos^2 2x + \frac{1}{3}$ در فاصله‌ی $[0, \pi]$ چند ریشه دارد؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۲۶- حاصل $\cot(\cos^{-1}(-\frac{1}{4})) - 2\sin^{-1}(\frac{1}{4})$ چقدر است؟

- (۱) $-\sqrt{3}$ (۲) $-\frac{\sqrt{3}}{3}$ (۳) $\sqrt{3}$ (۴) $\frac{\sqrt{3}}{3}$

۲۷- حاصل $\tan(\tan^{-1}(\frac{1}{3}) + \tan^{-1}(\frac{1}{4}))$ کدام است؟

- (۱) -۱ (۲) ۱ (۳) $\sqrt{3}$ (۴) $-\sqrt{3}$

۲۸- دامنه‌ی تعریف $f(x) = \sin^{-1}\frac{x}{2} + \cos^{-1}(\frac{1}{x-1}) + \tan^{-1}(x-1)$ کدام است؟

- (۱) $(-\infty, 0] \cup [2, +\infty)$ (۲) $[0, 2]$ (۳) $(-\infty, -2] \cup [2, +\infty)$ (۴) $[-2, 2]$

۲۹- حاصل عبارت $\sin^{-1}(\frac{x}{4}) - \cos^{-1}(-\frac{x}{4})$ کدام است؟

- (۱) $\frac{\pi}{2}$ (۲) $-\frac{\pi}{2}$ (۳) $\sqrt{1 - \frac{x^2}{4}}$ (۴) $-\sqrt{1 - \frac{x^2}{4}}$

۳۰- عبارت $2\sin^2(\frac{1}{2}\cos^{-1}x)$ برابر است با:

- (۱) $1-x$ (۲) $1+x$ (۳) $1-\frac{x}{2}$ (۴) $1+\frac{x}{2}$

۳۱- عبارت $\sin(\tan^{-1}(-x))$ برابر است با:

- (۱) $\frac{x}{\sqrt{1+x^2}}$ (۲) $\frac{-x}{\sqrt{1+x^2}}$ (۳) $\frac{x}{\sqrt{1-x^2}}$ (۴) $\frac{-x}{\sqrt{1-x^2}}$

۳۲- حاصل $\tan(\sin^{-1}(\frac{1}{\sqrt{5}}))$ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (۳) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (۴) $\frac{1}{2}$

۳۳- اگر $x \in (-\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4})$ و $f(x) = \frac{1-2\tan^2 x}{1+2\tan^2 x}$ تابع وارون تابع $f(x)$ در صورت وجود کدام است؟

- (۱) $f^{-1}(x) = \frac{1}{2}\tan^{-1}(\frac{1-x}{2x+2})$ (۲) $f^{-1}(x) = 2\tan^{-1}(\frac{1-x}{2x+2})$

- (۳) $f^{-1}(x) = \frac{1-\tan^{-1}x}{2(2\tan^{-1}2x+2)}$ (۴) $f(x)$ وارون پذیر نیست.

۳۴- جواب کلی معادله‌ی $\sin x \tan^2 x = \cos x$ کدام است؟

- (۱) $\frac{k\pi}{4} + \frac{\pi}{4}$ (۲) $\frac{k\pi}{4} + \frac{\pi}{8}$ (۳) $\frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{4}$ (۴) $\frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{8}$

۳۵- معادله‌ی $2x - \cot^2 x = 0$ در بازه‌ی $[0, \pi]$ چند ریشه دارد؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۳۶- انتهای کمان جواب‌های معادله‌ی $2\cos^2 x - \sin x = 1$ روی دایره‌ی مثلثاتی، رأس‌های کدام چند ضلعی هستند؟

- (۱) مثلث متساوی‌الساقین (۲) مثلث متساوی‌الاضلاع (۳) مربع (۴) پنج‌ضلعی منتظم

۳۷- برد تابع $y = \pi - 2\tan^{-1}\sqrt{x-1}$ کدام است؟

- (۱) $(0, \pi]$ (۲) $[0, \pi]$ (۳) $[-\pi, 0]$ (۴) $[-\pi, 0)$

۳۸- حاصل عبارت $\sin[\sin^{-1}(-\frac{1}{4}) - \cos^{-1}(-\frac{\sqrt{3}}{4}) + 2\cot^{-1}(-1)]$ کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{2}$ (۲) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (۳) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (۴) ۱

۳۹- مقدار $\cos^{-1}(\cos(-\frac{4\pi}{3}))$ کدام است؟

- (۱) $\frac{2\pi}{3}$ (۲) $\frac{\pi}{3}$ (۳) $\frac{\pi}{6}$ (۴) $\frac{5\pi}{6}$

۴۰- مقدار $\tan^{-1} 2 + \tan^{-1} 3$ کدام است؟

$\frac{5\pi}{4}$ (۴)

$\frac{3\pi}{4}$ (۳)

$-\frac{\pi}{4}$ (۲)

$\frac{\pi}{4}$ (۱)

۴۱- معادله‌ی $\tan^{-1}(x+1) - \sin^{-1} x = \frac{\pi}{2}$ دارای چند ریشه است؟

(۴) ریشه ندارد.

(۳) ۳

(۲) ۲

(۱) ۱

۴۲- عبارت $\frac{1}{2} \cos(2\sin^{-1} x)$ برابر است با:

$-2x+1$ (۴)

$-x^2 + \frac{1}{4}$ (۳)

$-x^2 + \frac{1}{2}$ (۲)

$-x^2 + 1$ (۱)

خریشه دو



مؤسسه آموزشی فرهنگی

پاسخ‌های تشریحی فصل ۳

۱- گزینه ۴ پاسخ است.

$$\frac{\sin 65}{\cos 20 + \cos 70} = \frac{\sin 65}{2 \cos \frac{20+70}{2} \cos \frac{20-70}{2}} = \frac{\sin 65}{2 \cos 45 \cos 25} = \frac{\sin (90-25)}{2 \cos 45 \cos 25} = \frac{\cos 25}{2 \times \frac{\sqrt{2}}{2} \times \cos 25} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

راه حل دیگر:

$$\cos 20 + \cos 70 = \cos 20 + \sin 20 = \sqrt{2} \sin 65$$

$$\text{نکته: } \sin \alpha \pm \cos \alpha = \sqrt{2} \sin \left(\alpha \pm \frac{\pi}{4} \right)$$

۲- گزینه ۳ پاسخ است.

$$\frac{\sin 50^\circ - \sin 10^\circ}{\cos 10^\circ - \cos 50^\circ} = \frac{2 \sin \frac{50-10}{2} \cos \frac{50+10}{2}}{-2 \sin \frac{10-50}{2} \sin \frac{10+50}{2}} = \frac{2 \sin 20^\circ \cos 30^\circ}{-2 \sin(-20^\circ) \sin 30^\circ} = \cot 30^\circ = \sqrt{3}$$

تذکر: $\sin(-\alpha) = -\sin \alpha$

۳- گزینه ۲ پاسخ است.

$$\text{از رابطه‌ی } \sin \alpha = \frac{2 \tan \frac{\alpha}{2}}{1 + \tan^2 \frac{\alpha}{2}} \text{ استفاده می‌کنیم داریم:}$$

$$\sin \alpha = -\frac{3}{5} \Rightarrow \frac{2 \tan \frac{\alpha}{2}}{1 + \tan^2 \frac{\alpha}{2}} = -\frac{3}{5} \Rightarrow 3 + 3 \tan^2 \frac{\alpha}{2} = -10 \tan \frac{\alpha}{2} \Rightarrow 3 \tan^2 \frac{\alpha}{2} + 10 \tan \frac{\alpha}{2} + 3 = 0$$

$$\Rightarrow \left(\tan \frac{\alpha}{2} + 3 \right) \left(3 \tan \frac{\alpha}{2} + 1 \right) = 0 \Rightarrow \begin{cases} \tan \frac{\alpha}{2} = -3 \\ \tan \frac{\alpha}{2} = -\frac{1}{3} \Rightarrow \text{غ ق ق} \end{cases}$$

از آن جایی که $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$ بنابراین داریم $\frac{\pi}{2} < \frac{\alpha}{2} < \frac{3\pi}{4}$ و چون $\tan \frac{3\pi}{4} = -1$ بنابراین $\tan \frac{\alpha}{2}$ باید از -۱ کم‌تر باشد (با مشاهدی

دایره‌ی مثلثاتی) بنابراین $\tan \frac{\alpha}{2} = -\frac{1}{3}$ غیر قابل قبول است. (اگر $\frac{\pi}{2} < \frac{\alpha}{2} < \frac{3\pi}{4}$ باشد، $-\infty < \tan \frac{\alpha}{2} < -1$ است.)

۴- گزینه ۴ پاسخ است.

$$\sin x + \cos x = \frac{1}{3} \Rightarrow (\sin x + \cos x)^2 = \left(\frac{1}{3} \right)^2 \Rightarrow \sin^2 x + \cos^2 x + 2 \sin x \cos x = \frac{1}{9} \Rightarrow 1 + \sin 2x = \frac{1}{9} \Rightarrow \sin 2x = -\frac{8}{9}$$

$$\tan x + \cot x = \frac{\sin x}{\cos x} + \frac{\cos x}{\sin x} = \frac{\sin^2 x + \cos^2 x}{\sin x \cos x} = \frac{1}{\frac{\sin 2x}{2}} = \frac{2}{\sin 2x} = \frac{2}{-\frac{8}{9}} = -\frac{9}{4}$$

۵- گزینه ۲ پاسخ است.

$$\begin{aligned} \cos^3 x - \cos x &= (\cos^3 x - \cos x)(\cos^3 x + \cos x) = -2 \sin \frac{3x+x}{2} \sin \frac{3x-x}{2} \times 2 \cos \frac{3x+x}{2} \cos \frac{3x-x}{2} \\ &= -2 \sin 2x \sin x \times 2 \cos 2x \cos x = -2 \sin x \cos x \times 2 \sin 2x \cos 2x = -\sin 2x \times \sin 4x \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x &= \frac{\pi}{12} \\ &= -\sin \frac{\pi}{6} \times \sin \frac{\pi}{3} = -\frac{1}{2} \times \frac{\sqrt{3}}{2} = -\frac{\sqrt{3}}{4} \end{aligned}$$

۶- گزینه ۲ پاسخ است.

از رابطه‌ی $2\sin a \sin b = \cos(a-b) - \cos(a+b)$ داریم:

$$2\sin\left(\frac{\pi}{4}+x\right)\sin\left(\frac{\pi}{4}-x\right) = \cos\left(\frac{\pi}{4}+x-\frac{\pi}{4}+x\right) - \cos\left(\frac{\pi}{4}+x+\frac{\pi}{4}-x\right) = \cos 2x - \cos \frac{\pi}{2} = \cos 2x - 0 = \cos 2x$$

۷- گزینه ۲ پاسخ است.

از رابطه‌ی $\cos a \cos b = \frac{1}{2}[\cos(a+b) + \cos(a-b)]$ و $\sin^2 a = \frac{1-\cos 2a}{2}$ داریم:

$$\begin{aligned} \cos 2^\circ \cos 4^\circ + \cos^2(90^\circ - 1^\circ) &= \frac{1}{2}(\cos 6^\circ + \cos 2^\circ) + \sin^2 1^\circ = \frac{1}{2}\cos 6^\circ + \frac{1}{2}\cos 2^\circ + \frac{1-\cos 2^\circ}{2} \\ &= \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cos 2^\circ + \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \cos 2^\circ = \frac{1}{4} + \frac{1}{2} = \frac{3}{4} \end{aligned}$$

۸- گزینه ۳ پاسخ است.

$$\tan x + \cot x = \Delta \Rightarrow \frac{\sin x}{\cos x} + \frac{\cos x}{\sin x} = \Delta \Rightarrow \frac{\sin^2 x + \cos^2 x}{\sin x \cos x} = \Delta \Rightarrow \frac{1}{\frac{1}{2} \sin 2x} = \Delta \Rightarrow \frac{2}{\sin 2x} = \Delta \Rightarrow \sin 2x = \frac{2}{\Delta}$$

$$\cos 4x = 1 - 2\sin^2 2x = 1 - 2 \times \frac{4}{25} = 1 - \frac{8}{25} = \frac{17}{25}$$

۹- گزینه ۳ پاسخ است.

$$\begin{aligned} \frac{\pi}{6} < \alpha < \frac{\pi}{4} &\Rightarrow \frac{\pi}{3} < 2\alpha < \frac{\pi}{2} \Rightarrow \tan 2\alpha > \sqrt{3} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{m-2} > \sqrt{3} \Rightarrow \frac{1}{m-2} > 1 \\ \Rightarrow \frac{1}{m-2} - 1 > 0 &\Rightarrow \frac{-m+3}{m-2} > 0 \Rightarrow 2 < m < 3 \end{aligned}$$

۱۰- گزینه ۴ پاسخ است.

$$\sin^4 x + \cos^4 x = \frac{5}{8} \Rightarrow (\sin^2 x + \cos^2 x)^2 - 2\sin^2 x \cos^2 x = \frac{5}{8}$$

$$\Rightarrow 1 - 2\left(\frac{1}{2} \sin 2x\right)^2 = \frac{5}{8} \Rightarrow 1 - \frac{1}{2} \sin^2 2x = \frac{5}{8} \Rightarrow -\frac{1}{2} \sin^2 2x = -\frac{3}{8} \Rightarrow \sin^2 2x = \frac{3}{4}$$

$$\cos 4x = 1 - 2\sin^2 2x = 1 - 2\left(\frac{3}{4}\right) = 1 - \frac{3}{2} = -\frac{1}{2}$$

۱۱- گزینه ۴ پاسخ است.

$$\sin x \cos x (\sin^2 x - \cos^2 x) = \frac{1}{2} \sin 2x (-\cos 2x) = -\frac{1}{4} \sin 4x \stackrel{x=7/5^\circ}{=} -\frac{1}{4} \sin 3^\circ = -\frac{1}{4} \times \frac{1}{2} = -\frac{1}{8}$$

۱۲- گزینه ۱ پاسخ است.

$$\begin{aligned} \frac{1}{\sin 4^\circ} - \frac{\sqrt{3}}{\cos 4^\circ} &= \frac{\cos 4^\circ - \sqrt{3} \sin 4^\circ}{\sin 4^\circ \cos 4^\circ} = \frac{2\left(\frac{1}{2} \cos 4^\circ - \frac{\sqrt{3}}{2} \sin 4^\circ\right)}{\frac{1}{2} \sin 8^\circ} = \frac{2(\sin 3^\circ \cos 4^\circ - \cos 3^\circ \sin 4^\circ)}{\frac{1}{2} \sin(90^\circ - 1^\circ)} \\ &= \frac{2\sin(3^\circ - 4^\circ)}{\frac{1}{2} \cos 1^\circ} = \frac{-2\sin 1^\circ}{\frac{1}{2} \cos 1^\circ} = -4 \tan 1^\circ \end{aligned}$$

۱۳- گزینه ۴ پاسخ است.

$$\tan 2\beta = \frac{2 \tan \beta}{1 - \tan^2 \beta} = \frac{6}{1-9} = -\frac{3}{4}$$

$$\tan(\alpha - 2\beta) = \frac{\tan \alpha - \tan 2\beta}{1 + \tan \alpha \tan 2\beta} = \frac{2 + \frac{3}{4}}{1 - \frac{3}{2}} = \frac{\frac{11}{4}}{-\frac{1}{2}} = -\frac{11}{2}$$

۱۴- گزینه ۳ پاسخ است.

$$\frac{\sin 10^\circ \times \cos 10^\circ \cos 20^\circ \cos 40^\circ}{\sin 10^\circ} = \frac{\frac{1}{2} \sin 20^\circ \cos 20^\circ \cos 40^\circ}{\sin 10^\circ} = \frac{\frac{1}{4} \sin 40^\circ \cos 40^\circ}{\sin 10^\circ} = \frac{\frac{1}{8} \sin 80^\circ}{\sin 10^\circ} = \frac{\frac{1}{8} \sin(90^\circ - 10^\circ)}{\sin 10^\circ} = \frac{\frac{1}{8} \cos 10^\circ}{\sin 10^\circ} = \frac{1}{8} \cot 10^\circ$$

۱۵- گزینه ۲ پاسخ است.

$$2 \sin 30^\circ \cos 10^\circ - \sin 80^\circ = 2 \times \frac{1}{2} \cos 10^\circ - \sin(90^\circ - 10^\circ) = \cos 10^\circ - \cos 10^\circ = 0$$

۱۶- گزینه ۲ پاسخ است.

$$\text{از رابطه‌ی } \tan(45^\circ - x) = \frac{1 - \tan x}{1 + \tan x} \text{ داریم:}$$

$$\tan(35^\circ - x) = \tan(45^\circ - (x + 10^\circ)) = \frac{1 - \tan(x + 10^\circ)}{1 + \tan(x + 10^\circ)} = \frac{1 - \frac{1}{5}}{1 + \frac{1}{5}} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$

$$\tan(70^\circ - 2x) = \tan(2(35^\circ - x)) = \frac{2 \tan(35^\circ - x)}{1 - \tan^2(35^\circ - x)} = \frac{\frac{4}{3}}{1 - \frac{4}{9}} = \frac{\frac{4}{3}}{\frac{5}{9}} = \frac{12}{5}$$

$$\cot(70^\circ - 2x) = \frac{1}{\tan(70^\circ - 2x)} = \frac{5}{12}$$

راه حل دیگر:

$$\cot(70^\circ - 2x) = \cot(90^\circ - (20^\circ + 2x)) = \tan(20^\circ + 2x) = \tan^2(x + 10^\circ) = \frac{2 \tan(x + 10^\circ)}{1 - \tan^2(x + 10^\circ)} = \frac{\frac{2}{5}}{1 - (\frac{1}{5})^2} = \frac{5}{12}$$

۱۷- گزینه ۲ پاسخ است.

$$\frac{1 + 2 \sin 2x \cos 2x}{\cos^2 2x - \sin^2 2x} = \frac{(\sin 2x + \cos 2x)^2}{(\cos 2x - \sin 2x)(\cos 2x + \sin 2x)} = \frac{\sin 2x + \cos 2x}{\cos 2x - \sin 2x}$$

$$\frac{\text{صورت و مخرج تقسیم بر } \cos 2x}{\frac{1 + \tan 2x}{1 - \tan 2x}} = \tan\left(\frac{\pi}{4} + 2x\right)$$

۱۸- گزینه ۱ پاسخ است.

$$\frac{3 \cos x}{\sin x + 2 \cos x} = 3 \xrightarrow[\text{تقسیم بر } \sin x]{\text{صورت و مخرج کسر}} \frac{3 \cot x}{1 + 2 \cot x} = 3 \Rightarrow 6 \cot x + 3 = 3 \cot x \Rightarrow 3 \cot x = -3 \Rightarrow \cot x = -1$$

$$\cot 2x = \frac{\cot^2 x - 1}{2 \cot x} = \frac{1 - 1}{-2} = 0$$

۱۹- گزینه ۲ پاسخ است.

$$\frac{\cos 112^\circ / 5^\circ + \cos 202^\circ / 5^\circ}{\cos 337^\circ / 5^\circ - \cos 67^\circ / 5^\circ} = \frac{\cos(90^\circ + 22^\circ / 5^\circ) + \cos(180^\circ + 22^\circ / 5^\circ)}{\cos(360^\circ - 22^\circ / 5^\circ) - \cos(90^\circ - 22^\circ / 5^\circ)} = \frac{-\sin 22^\circ / 5^\circ - \cos 22^\circ / 5^\circ}{\cos 22^\circ / 5^\circ - \sin 22^\circ / 5^\circ}$$

$$\frac{\text{صورت و مخرج کسر تقسیم بر } \cos 22^\circ / 5^\circ}{\frac{-\tan 22^\circ / 5^\circ - 1}{1 - \tan 22^\circ / 5^\circ}} = \frac{-m - 1}{1 - m} = \frac{m + 1}{m - 1}$$

۲۰- گزینه ۳ پاسخ است.

$$\begin{aligned} (\tan 10^\circ + \cot 20^\circ)(\sin 80^\circ - \sin 20^\circ) &= (\tan 10^\circ + \tan 70^\circ)(2 \sin 30^\circ \cos 50^\circ) = \frac{\sin 80^\circ}{\cos 10^\circ \cos 70^\circ} \times \cos 50^\circ \\ &= \frac{\cos 10^\circ}{\cos 10^\circ \cos 70^\circ} \times \cos 50^\circ = \frac{\cos 50^\circ}{\cos 70^\circ} = \frac{\sin 40^\circ}{\sin 20^\circ} = \frac{2 \sin 20^\circ \cos 20^\circ}{\sin 20^\circ} = 2 \cos 20^\circ \end{aligned}$$

۲۱- گزینه ۲ پاسخ است.

از رابطه‌ی $\sin x + \cos x = \sqrt{2} \sin(x + \frac{\pi}{4})$ داریم:

$$\sqrt{2} \sin(x + \frac{\pi}{4}) = 1 \Rightarrow \sin(x + \frac{\pi}{4}) = \frac{\sqrt{2}}{2} = \sin \frac{\pi}{4} \Rightarrow \begin{cases} x + \frac{\pi}{4} = 2k\pi + \frac{\pi}{4} \Rightarrow x = 2k\pi \\ x + \frac{\pi}{4} = 2k\pi + \pi - \frac{\pi}{4} \Rightarrow x = 2k\pi + \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

با قراردادن مقادیر صحیح به جای k در دو دسته جواب به دست آمده زوایای $x = 0$ و $x = \frac{\pi}{2}$ و $x = 2\pi$ در بازه‌ی $[0, 2\pi]$ قرار می‌گیرند.

۲۲- گزینه ۱ پاسخ است.

$$\begin{aligned} \cot x - \tan x &= \frac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow \frac{\cos x}{\sin x} - \frac{\sin x}{\cos x} = \frac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow \frac{\cos^2 x - \sin^2 x}{\sin x \cos x} = \frac{\sqrt{3}}{3} \\ \Rightarrow \frac{\cos 2x}{\sin 2x} &= \frac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow 2 \cot 2x = \frac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow \cot 2x = \frac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow 2x = k\pi + \frac{\pi}{3} \Rightarrow x = \frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{6} \end{aligned}$$

اکنون با قراردادن مقادیر صحیح به جای k زوایایی که در بازه‌ی $[0, 2\pi]$ قرار دارند مشخص می‌کنیم.

$$\left. \begin{aligned} k=0 &\Rightarrow x_1 = \frac{\pi}{6} \\ k=1 &\Rightarrow x_2 = \frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{6} \\ k=2 &\Rightarrow x_3 = \pi + \frac{\pi}{6} \\ k=3 &\Rightarrow x_4 = \frac{3\pi}{2} + \frac{\pi}{6} \end{aligned} \right\} \Rightarrow x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 2\pi + \frac{4\pi}{6} = \frac{11\pi}{3}$$

۲۳- گزینه ۲ پاسخ است.

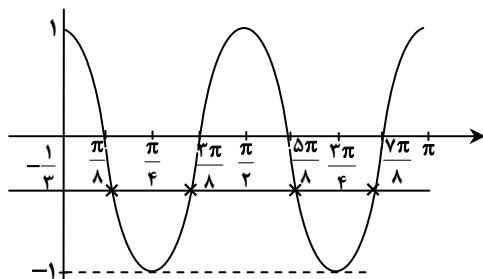
$$\tan 2x \tan \frac{x}{3} = -1 \Rightarrow \tan 2x = \frac{-1}{\tan \frac{x}{3}} = -\cot \frac{x}{3} \Rightarrow \tan 2x = \tan(\frac{\pi}{2} + \frac{x}{3}) \Rightarrow 2x = k\pi + \frac{\pi}{2} + \frac{x}{3} \Rightarrow \frac{5x}{3} = k\pi + \frac{\pi}{2} \Rightarrow x = \frac{3k\pi}{5} + \frac{3\pi}{10}$$

۲۴- گزینه ۲ پاسخ است.

$$\begin{aligned} \cos x + \cos \frac{2x}{3} + \cos \frac{x}{3} &= 0 \Rightarrow 2 \cos \frac{2x}{3} \cos \frac{x}{3} + \cos \frac{2x}{3} = 0 \Rightarrow \cos \frac{2x}{3} (2 \cos \frac{x}{3} + 1) = 0 \\ \Rightarrow \begin{cases} \cos \frac{2x}{3} = 0 \Rightarrow \frac{2x}{3} = k\pi + \frac{\pi}{2} \Rightarrow x = \frac{3k\pi}{2} + \frac{3\pi}{4} \rightarrow x = \frac{3\pi}{4} \\ 2 \cos \frac{x}{3} + 1 = 0 \Rightarrow \cos \frac{x}{3} = \frac{-1}{2} = \cos \frac{2\pi}{3} \Rightarrow \begin{cases} \frac{x}{3} = 2k\pi + \frac{2\pi}{3} \Rightarrow x = 6k\pi + 2\pi \Rightarrow x = 2\pi \\ \frac{x}{3} = 2k\pi - \frac{2\pi}{3} \Rightarrow x = 6k\pi - 2\pi \rightarrow \text{جواب ندارد.} \end{cases} \end{cases} \end{aligned}$$

بنابراین معادله مجموعاً در فاصله‌ی $[0, 2\pi]$ دو جواب دارد.

۲۵- گزینه ۴ پاسخ است.



$$\sin^2 2x - \cos^2 2x = \frac{1}{3} \Rightarrow -\cos 4x = \frac{1}{3} \Rightarrow \cos 4x = -\frac{1}{3}$$

از روش رسم محل برخورد دو نمودار $y = -\frac{1}{3}$ و $y = \cos 4x$

بررسی می‌کنیم. داریم:

این دو نمودار در بازه‌ی $[0, \pi]$ چهار محل برخورد دارند، بنابراین

معادله‌ی فوق دارای ۴ ریشه است.

۲۶- گزینه ۴ پاسخ است.

$$\cos^{-1}\left(-\frac{1}{2}\right) = \pi - \cos^{-1}\frac{1}{2} = \pi - \frac{\pi}{3} = \frac{2\pi}{3}$$

$$\sin^{-1}\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{\pi}{6}$$

داریم:

$$\cot\left(\frac{2\pi}{3} - 2 \times \frac{\pi}{6}\right) = \cot\left(\frac{2\pi}{3} - \frac{\pi}{3}\right) = \cot\frac{\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

۲۷- گزینه ۲ پاسخ است.

$$\tan^{-1}\frac{1}{3} = \alpha \Rightarrow \tan \alpha = \frac{1}{3}$$

$$\tan^{-1}\frac{1}{2} = \beta \Rightarrow \tan \beta = \frac{1}{2}$$

$$\tan(\alpha + \beta) = \frac{\tan \alpha + \tan \beta}{1 - \tan \alpha \tan \beta} = \frac{\frac{1}{3} + \frac{1}{2}}{1 - \frac{1}{3} \times \frac{1}{2}} = \frac{\frac{5}{6}}{\frac{5}{6}} = 1$$

۲۸- گزینه ۳ پاسخ است.

می‌دانیم دامنه‌ی توابع $\sin^{-1}x$ و $\cos^{-1}x$ بازه‌ی $[-1, 1]$ و دامنه‌ی توابع $\tan^{-1}x$ و $\cot^{-1}x$ برابر $\mathbb{R}$ می‌باشد.

$$1) \sin^{-1}\frac{2}{x} \Rightarrow -1 \leq \frac{2}{x} \leq 1 \Rightarrow \left|\frac{2}{x}\right| \leq 1 \Rightarrow \left|\frac{x}{2}\right| \geq 1 \Rightarrow |x| \geq 2 \Rightarrow x \in (-\infty, -2] \cup [2, +\infty)$$

$$2) \cos^{-1}\left(\frac{1}{x-1}\right) \Rightarrow -1 \leq \frac{1}{x-1} \leq 1 \Rightarrow \left|\frac{1}{x-1}\right| \leq 1 \Rightarrow |x-1| \geq 1 \Rightarrow \begin{cases} x-1 \geq 1 \rightarrow x \geq 2 \\ x-1 \leq -1 \rightarrow x \leq 0 \end{cases} \rightarrow x \in (-\infty, 0] \cup [2, +\infty)$$

$$3) \tan^{-1}(x-1) \Rightarrow x \in \mathbb{R}$$

$$D_f = (1) \cap (2) \cap (3) = (-\infty, -2] \cup [2, +\infty)$$

۲۹- گزینه ۲ پاسخ است.

از دو رابطه‌ی $\cos^{-1}(-x) = \pi - \cos^{-1}x$ و $\sin^{-1}x + \cos^{-1}x = \frac{\pi}{2}$ داریم:

$$\sin^{-1}\left(\frac{x}{2}\right) - \cos^{-1}\left(-\frac{x}{2}\right) = \sin^{-1}\left(\frac{x}{2}\right) - (\pi - \cos^{-1}\left(\frac{x}{2}\right)) = \sin^{-1}\left(\frac{x}{2}\right) + \cos^{-1}\left(\frac{x}{2}\right) - \pi = \frac{\pi}{2} - \pi = -\frac{\pi}{2}$$

۳۰- گزینه ۱ پاسخ است.

$$A = 2\sin^2\left(\frac{1}{2}\cos^{-1}x\right)$$

$$\frac{1}{2}\cos^{-1}x = \alpha \Rightarrow \cos^{-1}x = 2\alpha \Rightarrow \cos 2\alpha = x \Rightarrow 1 - 2\sin^2\alpha = x \Rightarrow 2\sin^2\alpha = 1 - x \Rightarrow A = 1 - x$$

۳۱- گزینه ۲ پاسخ است.

$$A = \sin(\tan^{-1}(-x)) = \sin(-\tan^{-1}(x)) = -\sin(\tan^{-1}(x))$$

$$\tan^{-1}(x) = \alpha \Rightarrow \tan \alpha = x$$

$$\frac{1}{\cos^2\alpha} = 1 + \tan^2\alpha \Rightarrow \frac{1}{1 - \sin^2\alpha} = 1 + \tan^2\alpha \Rightarrow \frac{1}{1 - \sin^2\alpha} = 1 + x^2 \Rightarrow 1 - \sin^2\alpha = \frac{1}{1 + x^2}$$

$$\Rightarrow \sin^2\alpha = 1 - \frac{1}{1 + x^2} = \frac{x^2}{1 + x^2} \Rightarrow \sin \alpha = \frac{\pm|x|}{\sqrt{1 + x^2}}$$

از آنجایی که α در نواحی ۱ یا ۴ قرار دارد $(-\frac{\pi}{2} < \alpha < \frac{\pi}{2})$ ، در این دو ناحیه $\sin \alpha$ و $\tan \alpha$ هم‌علامتند، بنابراین با توجه به $\tan \alpha = x$ داریم:

$$\sin \alpha = \frac{x}{\sqrt{1 + x^2}} \Rightarrow A = -\sin \alpha = \frac{-x}{\sqrt{1 + x^2}}$$

۳۲- گزینه ۴ پاسخ است.

$$A = \tan(\sin^{-1} \frac{1}{\sqrt{5}})$$

$$\sin^{-1} \frac{1}{\sqrt{5}} = \alpha \Rightarrow \sin \alpha = \frac{1}{\sqrt{5}} \xrightarrow[\text{اول است}]{\alpha \text{ در ناحیه}} \cos \alpha = \sqrt{1 - \frac{1}{5}} = \frac{2}{\sqrt{5}}$$

چون خروجی $\sin^{-1} x$ همواره بین $-\frac{\pi}{2}$ و $\frac{\pi}{2}$ است و هنگامی که $\sin^{-1} x > 0$ است، یعنی جواب بین صفر تا $\frac{\pi}{2}$ است.

$$A = \tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{\frac{1}{\sqrt{5}}}{\frac{2}{\sqrt{5}}} = \frac{1}{2}$$

۳۳- گزینه ۱ پاسخ است.

$$x \in (-\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4}) \Rightarrow 2x \in (-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$$

$$f(x_1) = f(x_2) \Rightarrow \frac{1 - 2 \tan 2x_1}{1 + 3 \tan 2x_1} = \frac{1 - 2 \tan 2x_2}{1 + 3 \tan 2x_2}$$

$$\Rightarrow 1 + 3 \tan 2x_2 - 2 \tan 2x_1 - 6 \tan 2x_1 \tan 2x_2 = 1 + 3 \tan 2x_1 - 2 \tan 2x_2 - 6 \tan 2x_1 \tan 2x_2$$

$$\Rightarrow 5 \tan 2x_2 = 5 \tan 2x_1 \Rightarrow \tan 2x_2 = \tan 2x_1 \xrightarrow[-\frac{\pi}{2} < 2x < \frac{\pi}{2}]{\text{}} 2x_1 = 2x_2 \Rightarrow x_1 = x_2$$

بنابراین $f(x)$ یک به یک است و وارون پذیر است. برای محاسبه ی ضابطه ی $f^{-1}(x)$ داریم:

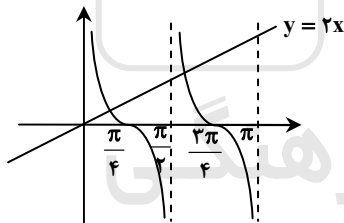
$$y = \frac{1 - 2 \tan 2x}{1 + 3 \tan 2x} \Rightarrow y + 3y \tan 2x = 1 - 2 \tan 2x \Rightarrow \tan 2x = \frac{1 - y}{3y + 2} \Rightarrow 2x = \tan^{-1}(\frac{1 - y}{3y + 2})$$

$$\Rightarrow x = \frac{1}{2} \tan^{-1}(\frac{1 - y}{3y + 2}) \Rightarrow f^{-1}(x) = \frac{1}{2} \tan^{-1}(\frac{1 - x}{3x + 2})$$

۳۴- گزینه ۲ پاسخ است.

$$\sin x \tan 3x = \cos x \Rightarrow \tan 3x = \frac{\cos x}{\sin x} \Rightarrow \tan 3x = \cot x \Rightarrow \tan 3x = \tan(\frac{\pi}{2} - x)$$

$$\Rightarrow 3x = k\pi + \frac{\pi}{2} - x \Rightarrow 4x = k\pi + \frac{\pi}{2} \Rightarrow x = \frac{k\pi}{4} + \frac{\pi}{8}$$



۳۵- گزینه ۲ پاسخ است.

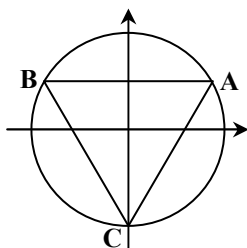
ابتدا معادله را به فرم $2x = \cot 2x$ نوشته و نمودارهای $y = \cot 2x$ و $y = 2x$ را رسم

می کنیم و محل برخورد آن ها را پیدا می کنیم. این دو نمودار در بازه ی $[0, \pi]$ در ۲ نقطه یکدیگر را قطع می کنند بنابراین معادله دارای ۲ ریشه است.

۳۶- گزینه ۲ پاسخ است.

جواب های معادله را در بازه ی $[0, 2\pi]$ پیدا می کنیم.

$$2 \cos^2 x - \sin x = 1 \Rightarrow 2 \cos^2 x - 1 = \sin x \Rightarrow \cos 2x = \cos(\frac{\pi}{2} - x)$$



$$\Rightarrow \begin{cases} 2x = 2k\pi + \frac{\pi}{2} - x \Rightarrow 3x = 2k\pi + \frac{\pi}{2} \Rightarrow x = \frac{2k\pi}{3} + \frac{\pi}{6} \\ 2x = 2k\pi - \frac{\pi}{2} + x \Rightarrow x = 2k\pi - \frac{\pi}{2} \Rightarrow x = \frac{3\pi}{2} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{6} & k = 0 \\ x = \frac{5\pi}{6} & k = 1 \\ x = \frac{3\pi}{2} & k = 2 \end{cases}$$

این دسته جواب ها سه نقطه A و B و C با فاصله های دوه دو مساوی را روی محیط دایره را مشخص می کنند که تشکیل مثلث متساوی الاضلاع می دهند.

۳۷- گزینه ۱ پاسخ است.

تابع $g(x) = \sqrt{x-1}$ دارای برد $R_g = [0, +\infty)$ می‌باشد. از طرفی تابع $y = \tan^{-1} x$ اکیداً صعودی است و عرض‌های ابتدا و انتهای دامنه، ابتدا و انتهای برد را مشخص می‌کند. در نتیجه در تابع $h(x) = \tan^{-1} \sqrt{x-1}$ داریم:

$$\begin{cases} (1) h(x) = \tan^{-1} \sqrt{x-1} \\ (2) y = \tan^{-1} x \text{ اکیداً صعودی است} \\ (3) 0 \leq \sqrt{x-1} \\ (4) -\frac{\pi}{2} < \tan^{-1} x < \frac{\pi}{2} \end{cases} \quad (4), (3), (2), (1) \Rightarrow R_{h(x)} = [\tan^{-1} 0, \frac{\pi}{2}) \Rightarrow R_h = [0, \frac{\pi}{2})$$

بنابراین خواهیم داشت:

$$0 \leq \tan^{-1} \sqrt{x-1} < \frac{\pi}{2} \Rightarrow -\pi < -2 \tan^{-1} \sqrt{x-1} \leq 0 \Rightarrow 0 < \pi - 2 \tan^{-1} \sqrt{x-1} \leq \pi \Rightarrow R_y = (0, \pi]$$

۳۸- گزینه ۴ پاسخ است.

$$\begin{aligned} \sin^{-1}(-\frac{1}{2}) &= -\sin^{-1}(\frac{1}{2}) = -\frac{\pi}{6} \\ \cos^{-1}(-\frac{\sqrt{3}}{2}) &= \pi - \cos^{-1}(\frac{\sqrt{3}}{2}) = \pi - \frac{\pi}{6} = \frac{5\pi}{6} \\ \cot^{-1}(-1) &= \pi - \cot^{-1}(1) = \pi - \frac{\pi}{4} = \frac{3\pi}{4} \\ \sin(-\frac{\pi}{6} - \frac{5\pi}{6} + 2(\frac{3\pi}{4})) &= \sin(-\pi + \frac{3\pi}{2}) = \sin(\frac{\pi}{2}) = 1 \end{aligned}$$

۳۹- گزینه ۱ پاسخ است.

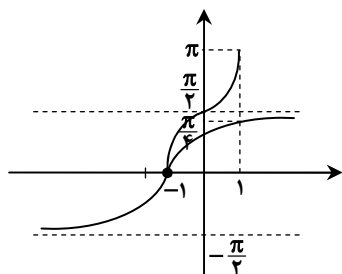
$$\begin{aligned} \cos(-\frac{4\pi}{3}) &= \cos(-\pi - \frac{\pi}{3}) = \cos(\pi + \frac{\pi}{3}) = -\cos \frac{\pi}{3} = -\frac{1}{2} \\ \cos^{-1}(-\frac{1}{2}) &= \pi - \cos^{-1}(\frac{1}{2}) = \pi - \frac{\pi}{3} = \frac{2\pi}{3} \end{aligned}$$

۴۰- گزینه ۳ پاسخ است.

$$\left. \begin{aligned} \tan^{-1} 2 &= \alpha \Rightarrow \tan \alpha = 2 \\ \tan^{-1} 3 &= \beta \Rightarrow \tan \beta = 3 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \tan(\alpha + \beta) = \frac{\tan \alpha + \tan \beta}{1 - \tan \alpha \tan \beta} = \frac{2+3}{1-2 \times 3} = \frac{5}{-5} = -1 \Rightarrow \alpha + \beta = \frac{3\pi}{4}$$

$\alpha + \beta$ باید کمانی باشد که مقدار تانژانت آن برابر ۱- و هم‌چنین در محدوده $(0, \pi)$ باشد (چون $0 < \tan^{-1} 2 < \frac{\pi}{2}$ و $0 < \tan^{-1} 3 < \frac{\pi}{2}$ که تنها مقدار آن $\frac{3\pi}{4}$ خواهد بود).

۴۱- گزینه ۱ پاسخ است.



ابتدا معادله را به فرم $\tan^{-1}(x+1) = \frac{\pi}{4} + \sin^{-1} x$ نوشته و نمودارهای $y = \tan^{-1}(x+1)$ و $y = \frac{\pi}{4} + \sin^{-1} x$ را رسم کرده و محل برخورد آن‌ها را بررسی می‌کنیم.

این دو نمودار تنها در نقطه $(-1, 0)$ یکدیگر را قطع می‌کنند و معادله دارای یک ریشه است.

دقت کنید استفاده از رابطه‌ی معروف $\tan^{-1} \alpha + \tan^{-1} \beta = \tan^{-1} \frac{\alpha + \beta}{1 - \alpha\beta}$ با شرط

$\alpha\beta < 1$ امکان‌پذیر است. لذا راه حل زیر منجر به جواب غلط می‌شود:

$$\tan^{-1} 2 + \tan^{-1} 3 = \tan^{-1} \frac{2+3}{1-6} = \tan^{-1}(-1) = -\frac{\pi}{4}$$

۴۲- گزینه ۲ پاسخ است.

$$\sin^{-1} x = \alpha \Rightarrow \sin \alpha = x \Rightarrow \cos 2\alpha = 1 - 2\sin^2 \alpha = 1 - 2x^2$$

$$\frac{1}{2} \cos(2\sin^{-1} x) = \frac{1}{2} \cos(2\alpha) = \frac{1}{2} (1 - 2x^2) = -x^2 + \frac{1}{2}$$